

第 6 讲 MATLAB 优化模型求解方法(下)：全局优化

作者：卓金武，MathWorks 中国

离散型问题是建模竞赛中的主流题型，如果判断所研究的问题是组合优化问题，那么就大概率需要全局优化算法了。历年赛题中，比较经典的这类问题有灾情巡视、公交车调度、彩票问题、露天矿卡车调度、交巡警服务平台、太阳影子定位等等。可见全局优化问题的求解算法在数学建模中的重要性，这一讲重要就介绍 MATLAB 全局优化技术及相关实例。

1 MATLAB 全局优化概况

MATLAB 中有个全局优化工具箱(Global Optimization Toolbox)，该工具箱集成了几个主流的全局优化算法，包含全局搜索、多初始点、模式搜索、遗传算法、多目标遗传算法、模拟退火求解器和粒子群求解器，如图 1 所示。对于目标函数或约束函数连续、不连续、随机、导数不存在以及包含仿真或黑箱函数的优化问题，都可使用这些求解器来求解。

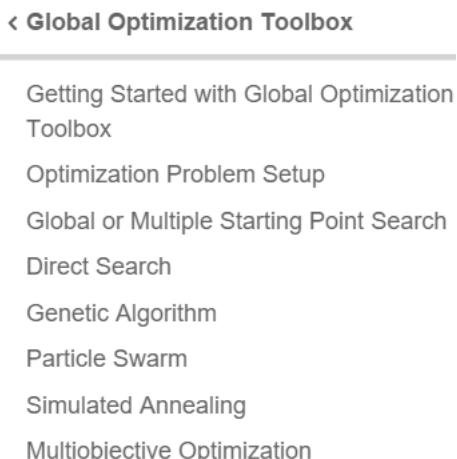


图 1 MATLAB 全局优化工具箱包含的求解器

另外，还可通过设置选项和自定义创建、更新函数来改进求解器效率。可以使用自定义数据类型，配合遗传算法和模拟退火求解器，来描绘采用标准数据类型不容易表达的问题。利用混合函数选项，可在第一个求解器之后应用第二个求解器来改进解算。

2 遗传算法

遗传算法可以说是典型的通过变化解的结构以得到更优解的算法，适应能力比较强，现已经典的旅行商问题 (TSP) 为例，来看看如何使用 MATLAB 来实现遗传算法。

- 旅行商问题的数据

```
load('usborder.mat', 'x', 'y', 'xx', 'yy');

plot(x, y, 'Color', 'red'); hold on;

cities = 40;

locations = zeros(cities, 2);

n = 1;

while (n <= cities)

    xp = rand*1.5;

    yp = rand;

    if inpolygon(xp, yp, xx, yy)

        locations(n, 1) = xp;

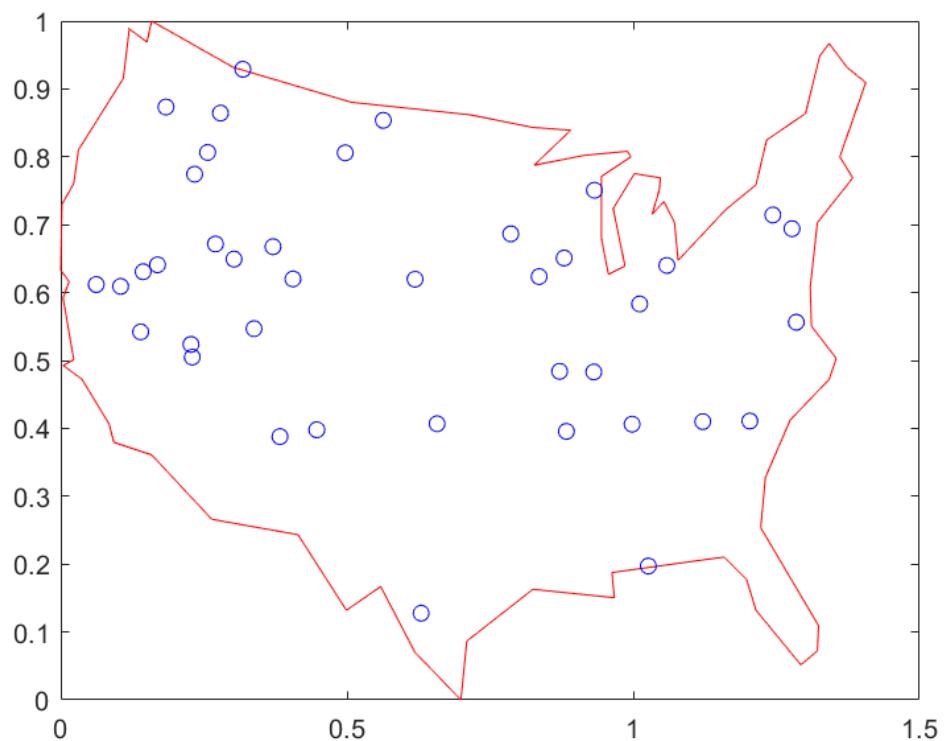
        locations(n, 2) = yp;

        n = n+1;

    end

end

plot(locations(:, 1), locations(:, 2), 'bo');
```



- 计算城市间的距离

```

distances = zeros(cities);

for count1=1:cities
    for count2=1:count1
        x1 = locations(count1, 1);
        y1 = locations(count1, 2);
        x2 = locations(count2, 1);
        y2 = locations(count2, 2);
        distances(count1, count2)=sqrt((x1-x2)^2+(y1-y2)^2);
        distances(count2, count1)=distances(count1, count2);
    end
end

```

- 定义目标函数

```

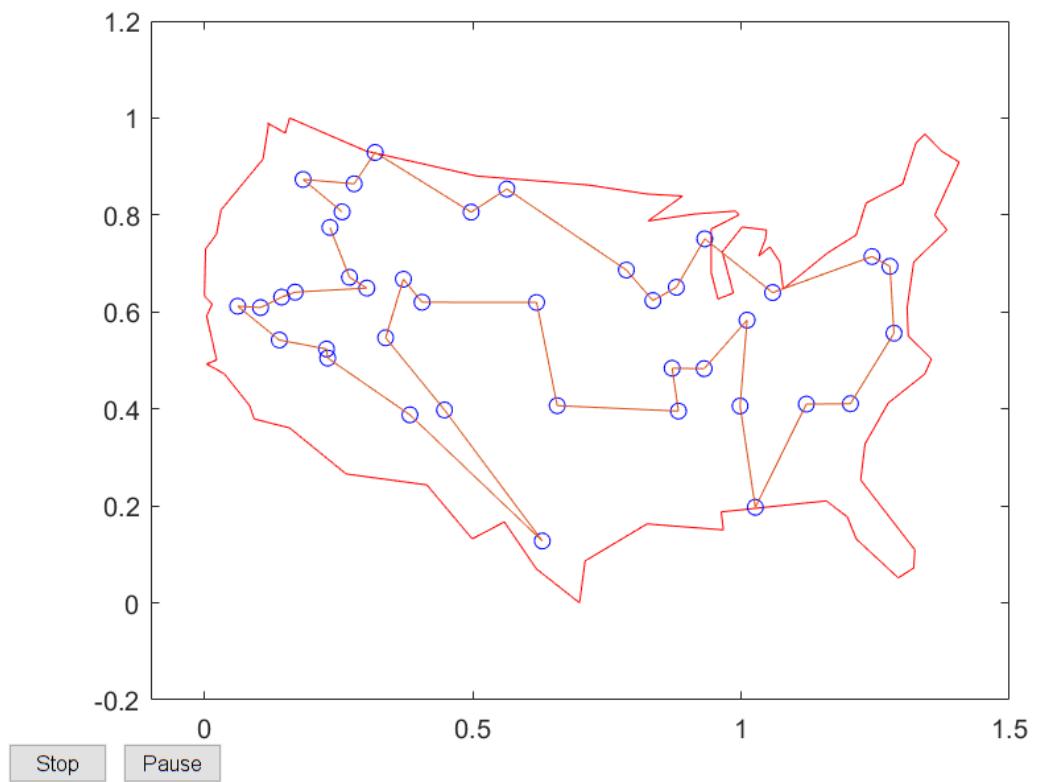
FitnessFcn = @(x) traveling_salesman_fitness(x, distances);

```

```
my_plot = @(options, state, flag) traveling_salesman_plot(options, ...
state, flag, locations);
```

- 设置优化属性并执行遗传算法求解

```
options = optimoptions(@ga, 'PopulationType', 'custom', 'InitialPopulationRange', ...
[1; cities]);  
  
options = optimoptions(options, 'CreationFcn', @create_permutations, ...
'CrossoverFcn', @crossover_permutation, ...
'MutationFcn', @mutate_permutation, ...
'PlotFcn', my_plot, ...
'MaxGenerations', 500, 'PopulationSize', 60, ...
'MaxStallGenerations', 200, 'UseVectorized', true);  
  
numberOfVariables = cities;  
[x, fval, reason, output] = ...  
ga(FitnessFcn, numberOfVariables, [], [], [], [], [], [], [], options);
```



3 模拟退火算法

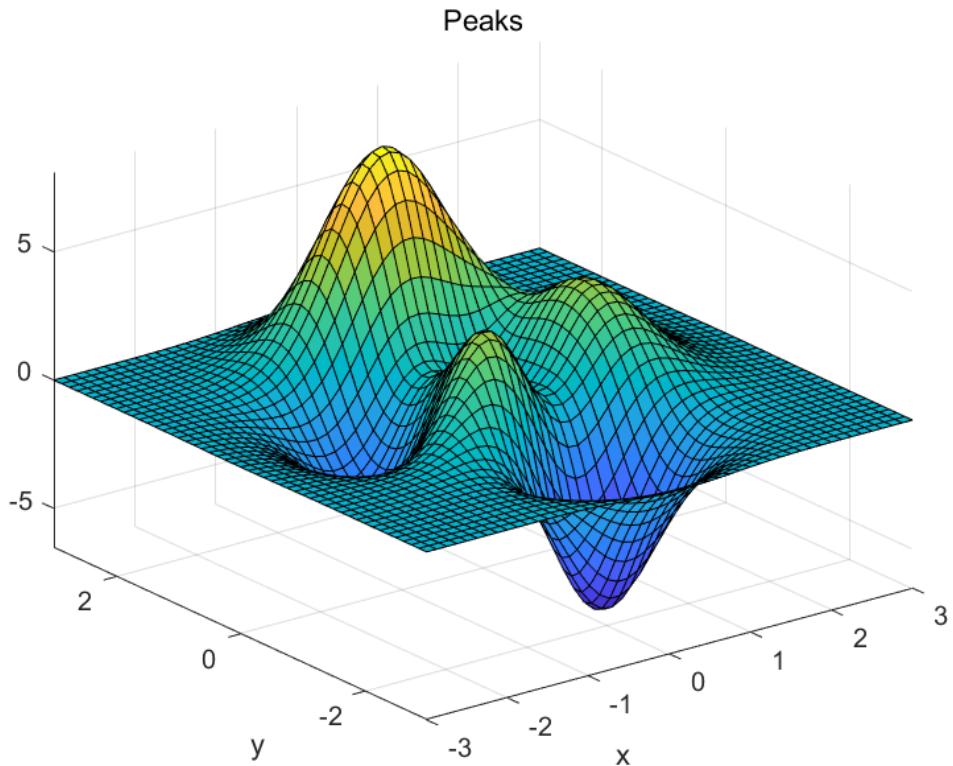
模拟退火 (SA) 算法也是经典的全局优化算法之一，它脱胎于自然界的物理过程，奇妙地与优化问题挂上了钩。这里将以求解经典的 Peaks 问题为例，介绍如何使用 MATLAB 中的 SA 算法。

- 用模拟退火(SA)算法求解 Peaks 问题

```
clc, clear, close all
● 定义优化问题
```

```
peaks
problem = createOptimProblem('fmincon', ...
    'objective', @(x) peaks(x(1), x(2)), ...
    'nonlcon', @circularConstraint, ...
    'x0', [-1 -1], ...
    'lb', [-3 -3], ...
    'ub', [3 3], ...
```

```
'options', optimset('OutputFcn', ...
@peaksPlotIterates))
```



- 用一般最优算法求解

```
[x, f] = fmincon(problem)
```

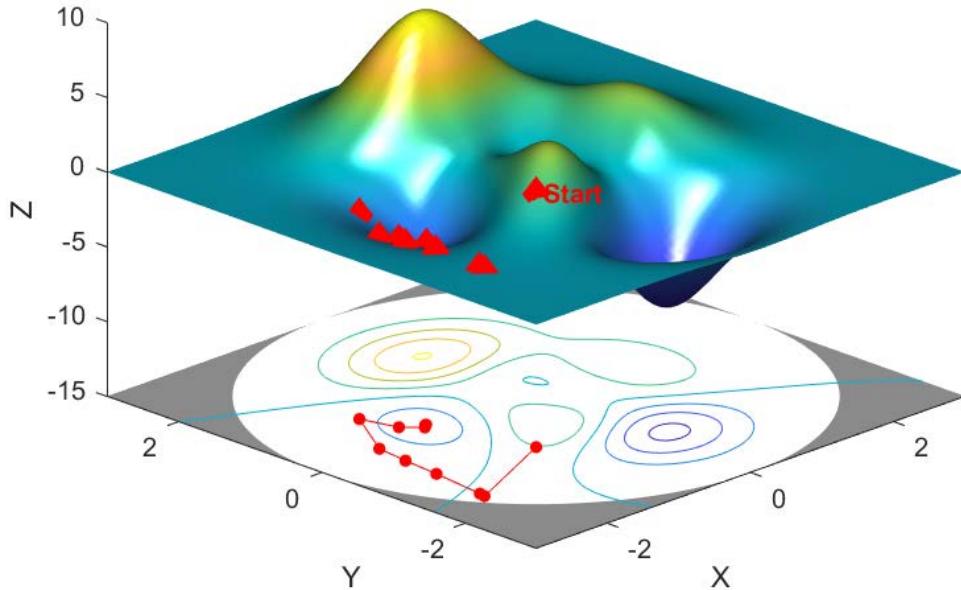
x =

-1.3474 0.2045

f =

-3.0498

Final $x = [-1.3474 \ 0.2045]$



- 用 SA 算法寻找全局最小值

```
problem.solver = 'simulannealbnd';

problem.objective = @(x) peaks(x(1),x(2)) + (x(1)^2 + x(2)^2 - 9);

problem.options = saoptimset('OutputFcn',@peaksPlotIterates, ...
    'Display','iter',...
    'InitialTemperature',10,... ...
    'MaxIter',300)
```

```
[x,f] = simulannealbnd(problem)
```

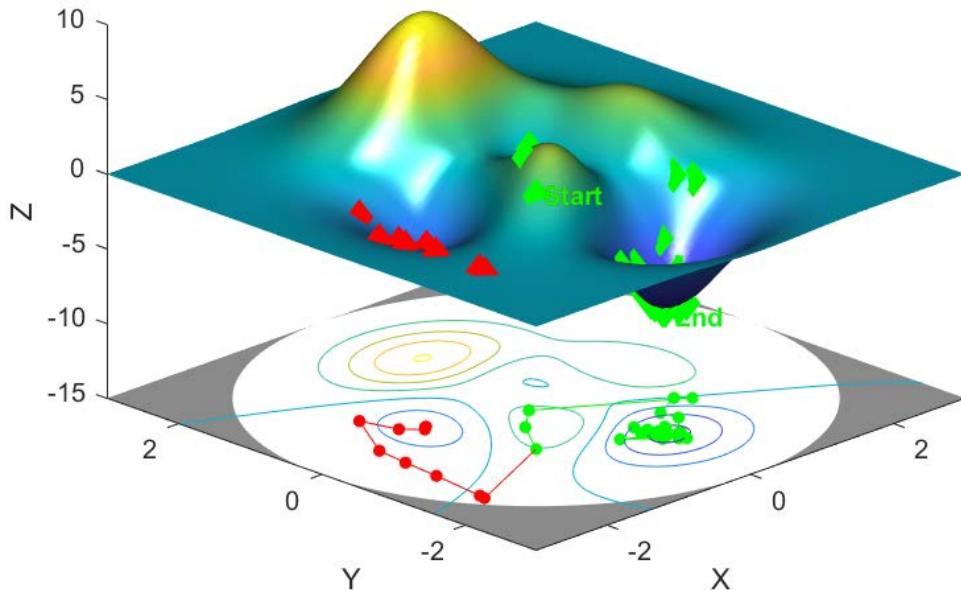
x =

0.2280 -1.5229

f =

-13.0244

Final $x = [0.2341 \quad -1.5811]$



4 全局优化求解器汇总

MATLAB 全局优化算法的各求解器如下表所示。在建模比赛中，建议大家先了解各算法的原理，这样当遇到具体问题的时候，就可以根据问题的特征判断哪个或哪几个算法比较合适，如果不好判断，不妨全部尝试一下，做个算法比较也是比较常见的事情，这样得到的结果更酷，摘要也更有内容啦。

算法	MATLAB 求解器	作用
全局搜索	GlobalSearch	寻找全局最小值
多起点搜索	MultiStart	寻找多个局部最小值
模式搜索	patternsearch	用模式搜索方式寻找函数的最小值
遗传	ga	用遗传算法寻找函数的最小值
粒子群	particleswarm	用粒子群算法寻找函数的最小值
模拟退火	simulannealbnd	用模拟退火算法寻找函数的最小值

关于作者

卓金武，MathWorks 中国高级工程师，教育业务经理，在数据分析、数据挖掘、机器学习、数学建模、量化投资和优化等科学计算方面有多年工作经验，现主要负责 MATLAB 校园版业务；曾 2 次获全国大学生数学建模竞赛一等奖，1 次获全国研究生数学建模竞赛一等奖；专著 3 部：《MATLAB 在数学建模中的应用》、《大数据挖掘：系统方法与实例分析》、《量化投资：MATLAB 数据挖掘技术与实践》。

相关资源

MATLAB 全局优化技术：<https://cn.mathworks.com/products/global-optimization.html>

Global Optimization Toolbox 帮助文档：<https://cn.mathworks.com/help/gads/index.html>